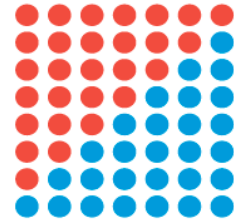


Toimintoja kaksipuoleisilla värikiekoilla

Hajotelmien kertaaminen kaksipuoleisilla värikiekoilla

Toimintaan tarvitaan Tuhattaiturin kuoren kaksipuoleiset värikiekot. Hajotelmien avulla voidaan tutkia esimerkiksi yhteenlaskua, vähennyslaskua ja yhteenlaskun vaihdannaisuutta. Muodostetaan esimerkiksi luvun 7 hajotelmat $7 + 0$, $6 + 1$, $5 + 2$, $4 + 3$, $3 + 4$, $2 + 5$, $1 + 6$ ja $0 + 7$ ja asetellaan värikiekot riveittäin kuvan osoittamalla tavalla.



Kymmenylitys kaksipuoleisilla värikiekoilla (yhteenlasku)

Toimintaan tarvitaan Tuhattaiturin kuoren kaksipuoleiset värikiekot. Opettaja sanoo yhteenlaskun, esimerkiksi $8 + 4$. Oppilaat ottavat ensin 8 punaista värikiekkoa ja laittavat kiekot vierekkäin samalle riville. Tämän jälkeen he ottavat 4 sinistä kiekkoa ja lisäävät niistä kaksi punaisten kiekkojen perään samalle riville niin, että saadaan 10 täyteen. Oppilaat lisäävät loput 2 sinistä kiekkoa seuraavalle riville ja sanovat laskun tuloksen 12.



Värikiekoilla tehdään siis lasku $8 + 4 = 8 + 2 + 2 = 10 + 2 = 12$.

Sopivia yhteenlaskuja ovat esimerkiksi $6 + 5$, $7 + 4$, $5 + 8$, $9 + 3$, $3 + 8$ ja $4 + 9$.

Kymmenylitys kaksipuoleisilla värikiekoilla (vähennyslasku)

Toimintaan tarvitaan Tuhattaiturin kuoren kaksipuoleiset värikiekot. Opettaja sanoo vähennyslaskun, esimerkiksi $13 - 7$. Oppilaat ottavat ensin 13 punaista värikiekkoa ja laittavat kiekot vierekkäin niin, että ylemmälle riville tulee 10 kiekkoa ja loput kiekot (3) seuraavalle riville. Tämän jälkeen he ottavat ensin pois 3 kiekkoa, jolloin jäljelle jää 10 kiekkoa. Lopuksi oppilaat ottavat vielä 4 kiekkoa pois ja laskevat jäljelle jääneiden kiekkojen lukumäärän sekä sanovat tuloksen 6.



Värikiekoilla tehdään siis lasku $13 - 7 = 13 - 3 - 4 = 10 - 4 = 6$.

Sopivia vähennyslaskuja ovat esimerkiksi $14 - 5$, $12 - 7$, $11 - 8$, $17 - 9$, $13 - 6$ ja $15 - 7$.

Yhteenlaskun ja kertolaskun välinen yhteys

Toimintaan tarvitaan Tuhattaiturin kuoren kaksipuoleiset värikiekot. Opettaja sanoo yhteenlaskun, jossa yhteenlaskettavat ovat yhtä suuria, esimerkiksi $2 + 2 + 2$. Oppilaat muodostavat yhteenlaskun kiekkoilla. Lopuksi oppilaat sanovat värikiekoista muodostuneen laskun sekä yhteenlaskuna ($2 + 2 + 2 = 6$) että kertolaskuna ($3 \cdot 2 = 6$).



Kahden kertotaulu kaksipuoleisilla värikiekoilla

Toimintaan tarvitaan Tuhattaiturin kuoren kaksipuoleiset värikiekot. Laitetaan ensin kaksi punaista kiekkoa pöydälle riviin. Tämän jälkeen sanotaan kertolasku $1 \cdot 2$ ja laskun tulos 2. Seuraavaksi lisätään riviin kaksi sinistä värikiekkoa punaisten kiekkojen perään. Sitten sanotaan kertolasku $2 \cdot 2$ ja laskun tulos 4. Sitten lisätään riviin taas kaksi punaista kiekkoa ja sanotaan kertolasku $3 \cdot 2$ ja laskun tulos 6. Toimintaa jatketaan samaan tapaan eteenpäin.



Kertotaulut kaksipuoleisilla värikiekoilla



Toimintaan tarvitaan Tuhattaiturin kuoren kaksipuoleiset värikiekot. Esimerkkinä on kahdeksan kertotaulu. Värikiekot asetetaan vaakasuoraan riviin. Seitsemän ensimmäistä kiekkoa ovat punaisia, ja kahdeksas on sininen. Oppilas aloittaa luettelemisen ensimmäisestä punaisesta kiekosta. Hän koskettaa kiekkoa ja kuiskaa luvun 1. Sitten hän koskettaa viereistä kiekkoa ja kuiskaa luvun kaksi jne. Kun tulee rivin viimeisen kiekon vuoro, oppilas sanoo ääneen luvun 8. Tämän jälkeen hän aloittaa rivin uudestaan koskettamalla kiekkoa ja kuiskaamalla luvun 9. Kun tulee rivin viimeisen kiekon vuoro, oppilas sanoo ääneen luvun 16. Harjoitusta jatketaan niin kauan, että viimeinen ääneen sanottu luku on 80. Ääneen sanotut siniset värikiekot ovat kahdeksan kertotaulun tuloksia.

Vaihdannaisuusharjoituksia kaksipuoleisilla värikiekoilla (kertolasku)

Pituusmalli



$3 \cdot 5 = 15$

$5 \cdot 3 = 15$

Pinta-alamalli



$3 \cdot 5 = 15$

$5 \cdot 3 = 15$

Joukkomalli



$3 \cdot 5 = 15$

$5 \cdot 3 = 15$

Laskujärjestys kaksipuoleisilla värikiekoilla

Toimintaan tarvitaan Tuhattaiturin kuoren kaksipuoleiset värikiekot.

Lauseke $3 + 2 \cdot 4$ voidaan havainnollistaa seuraavasti:



$3 + 2 \cdot 4$

$3 + 8 = 11$

Lauseke $5 \cdot 2 - 6$ voidaan havainnollistaa seuraavasti:



$5 \cdot 2 = 10$

$10 - 6 = 4$

Lauseke $9 : 3 + 2$ voidaan havainnollistaa seuraavasti:



$9 : 3 = 3$

$3 + 2 = 5$

Lausekkeen muodostaminen kaksipuoleisilla värikiekoilla

Toimintaan tarvitaan Tuhattaiturin kuoren kaksipuoleiset värikiekot. Opettaja pyytää asettamaan pöydälle kaksi kolmen punaisen värikiekon ryhmää ja yhden sinisen värikiekon. Opettaja kysyy oppilailta, mikä lauseke toiminnosta voidaan muodostaa ($2 \cdot 3 + 1$). Lopuksi lasketaan yhdessä tulos (7). Kaksipuoleiset värikiekot voi asetella pöydällä esimerkiksi seuraavasti:



Toimintaan tarvitaan Tuhattaiturin kuoren kaksipuoleiset värikiekot. Opettaja pyytää asettamaan pöydälle kaksi neljän punaisen värikiekon ryhmää. Seuraavaksi opettaja pyytää poistamaan kuusi värikiekkoa. Opettaja kysyy oppilailta, mikä lauseke toiminnosta voidaan muodostaa ($2 \cdot 4 - 6$). Lopuksi lasketaan yhdessä tulos (2). Kaksipuoleiset värikiekot voi asetella pöydällä esimerkiksi seuraavalla tavalla:



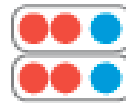
Sulkeet lausekkeessa

Toimintaan tarvitaan Tuhattaiturin kuoren kaksipuoleiset värikiekot. Tutkitaan, mitä eroa on lausekkeissa $2 \cdot 2 + 1$ ja $2 \cdot (2 + 1)$.

Lauseke $2 \cdot 2 + 1$ havainnollistetaan seuraavasti:



Lauseke $2 \cdot (2 + 1)$ havainnollistetaan seuraavasti:



Prosenttiosa kaksipuoleisista värikiekoista

Toimintaan tarvitaan 16 Tuhattaiturin kuoren kaksipuoleista värikiekkoa. Oppilas asettaa värikiekot riviin.

a. Lasketaan 50 % eli $\frac{1}{2}$ luvusta 16. Oppilas jakaa 16 värikiekkoa kahteen yhtä suureen ryhmään. Kumpaankin ryhmään tulee 8 värikiekkoa, joten 50 % luvusta 16 on 8.



b. Lasketaan 75 % eli $\frac{3}{4}$ luvusta 16. Oppilas jakaa 16 värikiekkoa ensin neljään yhtä suureen ryhmään. Jokaiseen ryhmään tulee 4 värikiekkoa. $\frac{1}{4}$ luvusta 16 on siis 4. Seuraavaksi lasketaan $\frac{3}{4}$ luvusta 16, joten neljän värikiekon ryhmiä tarvitaan kolme. Kolmessa ryhmässä on yhteensä 12 värikiekkoa, joten 75 % luvusta 16 on 12.



Toiminta voidaan tehdä myös 10 värikiekoilla, jolloin luvusta 10 lasketaan esimerkiksi 10 %, 30 %, 70 % tai 90 %, tai 15 värikiekoilla, jolloin luvusta 15 lasketaan esimerkiksi 20 %, 40 % tai 80 %.

Negatiiviset luvut yhteenlaskussa

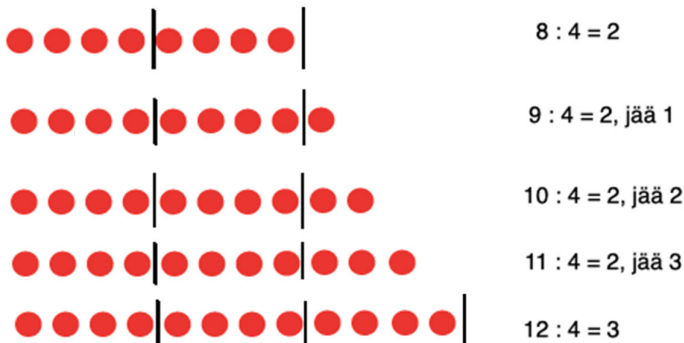
Toimintaan tarvitaan Tuhattaiturin kuoren kaksipuoleiset värikiekot. Siniset kiekot edustavat negatiivisia lukuja ja punaiset positiivisia. Opettaja sanoo yhteenlaskun, esimerkiksi $-3 + 2$. Oppilaat ottavat ensin 3 sinistä värikiekkoa ja laittavat kiekot vierekkäin samalle riville. Tämän jälkeen he ottavat 2 punaista kiekkoa ja laittavat kiekot vierekkäin samalle riville sinisten kiekkojen jälkeen. Seuraavaksi oppilaat ottavat aina yhden sinisen ja punaisen kiekon yhtäaikaaisesti pois. Lopuksi tutkitaan, kuinka monta ja minkä väristä kiekkoa jää ottamatta pois.

$$-3 + 2 = -1$$


Sopivia yhteenlaskuja ovat esimerkiksi $-4 + 1$, $-1 + 2$, $-2 + 2$ ja $-3 + 4$.

Jakojäännöksen tutkiminen kaksipuoleisilla värikiekoilla

Toimintaan tarvitaan Tuhattaiturin kuoren kaksipuoleiset värikiekot. Tutkitaan jakojäännöksen suuruutta, kun jakajana on esimerkiksi luku 4. Lasketaan ensin värikiekkojen avulla jakolaskut $8 : 4$, $9 : 4$, $10 : 4$, $11 : 4$ ja $12 : 4$. Huomataan, että suurin jakojäännös on 3, kun jakajana on luku 4. Suurin mahdollinen jakojäännös on aina yhden pienempi kuin jakaja.



Toimintoja kertolaskuihin

Yhteenlaskun ja kertolaskun välinen yhteys

Toimintaan tarvitaan Tuhattaiturin kuoren kaksipuoleiset värikiekot. Opettaja sanoo yhteenlaskun, jossa yhteenlaskettavat ovat yhtä suuria, esimerkiksi $2 + 2 + 2$.

Oppilaat muodostavat yhteenlaskun kiekkoilla. Lopuksi oppilaat sanovat värikiekoista muodostuneen laskun sekä yhteenlaskuna ($2 + 2 + 2 = 6$) että kertolaskuna ($3 \cdot 2 = 6$).



Viiden kertotaulu sormilla

Toimintaan tarvitaan 10 oppilasta. Oppilaat seisovat piirissä. Ensimmäinen oppilas nostaa oikean kätensä ylös, näyttää viisi sormeaan ja sanoo kertolaskun $1 \cdot 5$ ja tuloksen 5. Oppilas jättää kätensä ylös. Sitten viereinen oppilas nostaa oikean kätensä ylös, näyttää viisi sormeaan ja sanoo kertolaskun $2 \cdot 5$ ja sen tuloksen 10. Toimintaa jatketaan samalla tavalla eteenpäin kertolaskuun $10 \cdot 5 = 50$ asti.

Kuuma pallo

Toiminta tehdään pareittain. Toimintaan tarvitaan pallo tai jokin muu heitettävä esine. Tutkitaan esimerkiksi luvun viisi kertotaulua. Oppilas sanoo kertolaskun $1 \cdot 5$ ja heittää pallon parilleen. Kiinniottaja sanoo kertolaskun tuloksen 5. Tämän jälkeen kiinniottaja sanoo kertolaskun $2 \cdot 5$ ja heittää pallon takaisin parilleen, joka sanoo kertolaskun tuloksen 10. Toimintaa jatketaan samalla tavalla eteenpäin kertolaskuun $10 \cdot 5$ asti.

Kahden kertotaulu kaksipuoleisilla värikiekoilla

Toimintaan tarvitaan Tuhattaiturin kuoren kaksipuoleiset värikiekot. Laitetaan ensin kaksi punaista kiekkoa pöydälle riviin. Tämän jälkeen sanotaan kertolasku $1 \cdot 2$ ja laskun tulos 2. Seuraavaksi lisätään riviin kaksi sinistä värikiekkoa punaisten kiekkojen perään. Sitten sanotaan kertolasku $2 \cdot 2$ ja laskun tulos 4. Sitten lisätään riviin taas kaksi punaista kiekkoa ja sanotaan kertolasku $3 \cdot 2$ ja laskun tulos 6. Toimintaa jatketaan samaan tapaan eteenpäin.



Kahdeksan kertotaulu rivissä

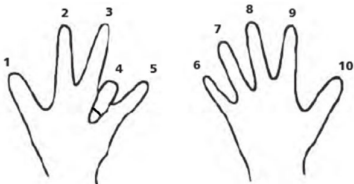
Toimintaan tarvitaan kahdeksan oppilasta. Oppilaat seisovat rivissä. Rivin ensimmäinen oppilas aloittaa kuiskaamalla luvun 1, toinen kuiskaa luvun 2 jne. Kun tulee rivin viimeisen oppilaan vuoro, hän sanoo ääneen luvun 8. Lukujono jatkuu rivin alusta. Ensimmäinen sanoo kuiskaamalla luvun 9, toinen luvun 10 jne. Kun tulee rivin viimeisen oppilaan vuoro, hän sanoo ääneen luvun 16. Toimintaa jatketaan niin kauan, että rivin viimeinen oppilas sanoo luvun 80. Todetaan, että rivin viimeinen oppilas sanoo kahdeksan kertotaulun tulokset. Toimintaa kannattaa jatkaa myös yli kahdeksankymmenen meneviin lukuihin.

Kahdeksan kertotaulu kävelen

Toimintaan tarvitaan kymmenen oppilasta. Oppilaat seisovat lattiatasossa jonossa portaiden edessä. Kahdeksas porraskerros on merkitty esimerkiksi teipillä tai värillä. Oppilas luettelee luvut 1–8 samalla, kun hän nousee portaita askelma kerrallaan ylöspäin. Oppilas pysähtyy merkitylle askelmalle. Opettaja kysyy mihin lukuun oppilas pääsi (8). Tämän jälkeen seuraava oppilas nousee kahdeksan porrasta ylöspäin askelma kerrallaan jatkaen peräkkäisten lukujen luettelemista luvusta yhdeksän alkaen. Oppilas pysähtyy merkitylle askelmalle, jolloin opettaja kysyy mihin lukuun oppilas nyt pääsi (16). Tämän jälkeen kolmas oppilas aloittaa portaiden nousemisen. Toimintaa jatketaan lukuun 80 saakka. Kahdeksan kertotaulun tulokset saadaan opettajan kysymistä luvuista. Kertolaskun kertoja saadaan selville merkityllä portaalla seisovien oppilaiden lukumäärästä. Portaiden sijasta voidaan käyttää esimerkiksi ruudukkoa tai lattialaattoja.

Yhdeksän kertotaulu sormien avulla

Tutkitaan esimerkiksi kertolaskua $4 \cdot 9$. Aluksi oppilas taittaa sen sormen, kuinka monella (4) luku yhdeksän kerrotaan. Nyt vasemmalle puolelle jäävät sormet (3) kertovat kymmenien määrän ja oikealle puolelle jäävät sormet (6) ykkösten määrän. Kertolaskun $4 \cdot 9$ tulos on siis 36.



Kertolaskun vaihdannaisuus kaksipuoleisilla värikiekoilla

Toimintaan tarvitaan 15 Tuhattaiturin kuoren kaksipuoleista värikiekkoa. Oppilas ryhmittelee kiekot viiden kiekon riveihin. Todetaan, että viiden kiekon rivejä tulee kolme. Muodostetaan kertolasku $3 \cdot 5$. Seuraavaksi samoilla kiekkoilla tehdään kolmen kiekon rivejä. Todetaan, että niitä tulee viisi. Muodostetaan kertolasku $5 \cdot 3$. Todetaan lopuksi, että kertolaskuissa $3 \cdot 5$ ja $5 \cdot 3$ on samat luvut ja molempien kertolaskujen tulos on sama (15). Toiminnan voi tehdä myös esimerkiksi 12, 16 tai 20 värikiekoilla.

Kertolaskun vaihdannaisuus värisauvoilla

Toimintaan tarvitaan kahden ja neljän yksikön mittaisia värisauvoja. Otetaan neljä kahden yksikön ja kaksi neljän yksikön mittaista värisauvaa. Laitetaan kahden yksikön mittaiset värisauvat rinnakkain ja niiden alle neljän yksikön mittaiset värisauvat rinnakkain. Todetaan, että rivit ovat yhtä pitkät. Muodostetaan kertolaskut $4 \cdot 2 = 8$ ja $2 \cdot 4 = 8$.

